Ejercicio 1 MLG1

Disponemos de los siguientes datos:

y	x_2	x_3
7	6	10
4	3	7
8	6	11
3	2	6
6	5	8
9	8	12

Se pide:
1. Estimar por MCO un modelo lineal entre la variable explicada (y) y las explicativas (x).
2. Comprobar que el plano de regresión pasa por el punto donde la media de las variables explicativas coincide con la media de la variable explicada.
3. Obtener las elasticidades medias de las variables explicativas.
4. Obtener la estimación insesgada de la varianza de las perturbaciones.
5. Estimar la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros del modelo.
6. Obtener los intervalos de confianza al 95% de los parámetros del modelo.
7. Obtener el intervalo de confianza al 95% de la varianza de las perturbaciones.

Solución con la ventana de comandos de gretl "pasito a pasito".

Pasos:
1. Cargar el fichero de datos de gret: Ejercicio 1.gdt
2. Abrir la consola de gretl
3. Introducir los comandos que aparecen a continuación del signo de interrogación

1. Estimar por MCO un modelo lineal entre la variable explicada (y) y las variables explicativas (x).

- Modelo: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + u_i$
- Estimador mínimo cuadrático ordinario (EMCO): $\vec{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} X'\vec{y}$

- Definir la matriz X:

```
? matrix X={const,x2,x3}
Se ha generado la matriz X
? X
X (6 x 3) [t1 = 1, t2 = 6]

  1   6  10
  1   3   7
  1   6  11
```

```
   1    2    6
   1    5    8
   1    8   12
```

- Definir el vector Y:

? matrix Y = {y}
Se ha generado la matriz Y

- Matriz X transpuesta:

? Xt = X'
Se ha generado la matriz Xt
? Xt
Xt (3 x 6)

```
   1    1    1    1    1    1
   6    3    6    2    5    8
  10    7   11    6    8   12
```

- Matriz X'X:

? XtX = Xt*X
Se ha generado la matriz XtX
? XtX
XtX (3 x 3)

```
    6    30    54
   30   174   295
   54   295   514
```

- Determinante de X'X:

? dXtX = det(XtX)
Se ha generado el escalar dXtX = 282

- Inversa de X'X:

? invXtX = inv(XtX)
Se ha generado la matriz invXtX
? invXtX
invXtX (3 x 3)

```
     8.5496       1.8085      -1.9362
     1.8085      0.59574     -0.53191
    -1.9362     -0.53191      0.51064
```

- Vector X'Y:

? XtY = Xt*Y
? XtY
XtY (3 x 1)

```
   37
  210
  360
```

- EMCO:

? b = invXtX * XtY
Se ha generado la matriz b
? b
b (3 x 1)

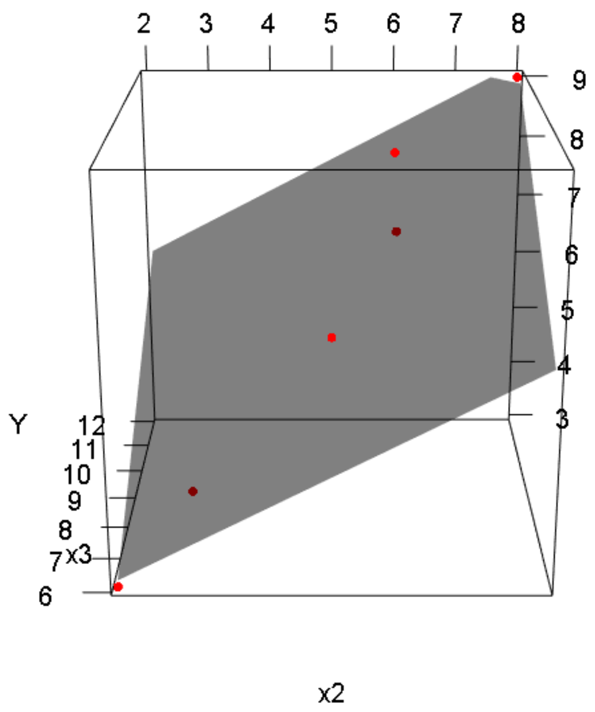
-0.89716
0.53191
0.48936

- También se puede obtener el EMCO de forma directa a partir de la matriz X:

? b = inv(X'*X)*X'*Y
Se ha reemplazado la matriz b
? b
b (3 x 1)

-0.89716
0.53191
0.48936

Representación gráfica de la nube de puntos y el plano de regresión:



2. Comprobar que el plano de regresión pasa por el punto donde la media de las variables explicativas coincide con la media de la variable explicada.

- Obtener las medias de las variables explicativas.

? x2m = mean(x2)

Se ha generado el escalar x2m = 5
? x3m = mean(x3)
Se ha generado el escalar x3m = 9

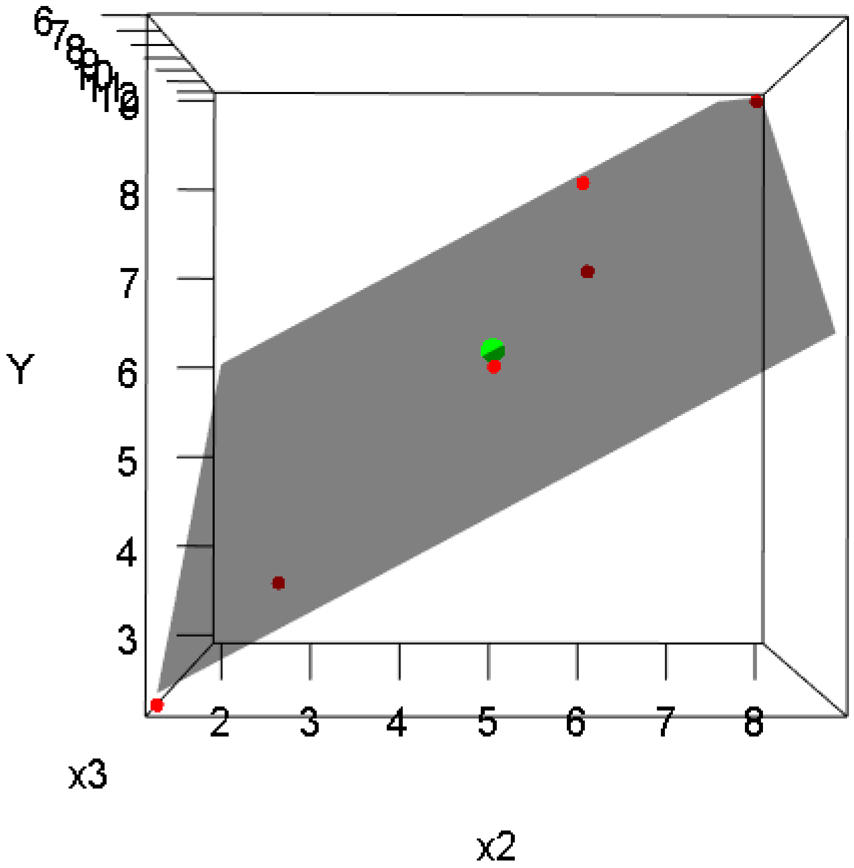
- Estimar el valor de la variable explicada para los valores medios de las variables explicativas.

? yest = b[1] + b[2]*x2m + b[3]*x3m
Se ha generado el escalar yest = 6.16667

- Obtener la media de la variable dependiente.

? ym = mean(y)
Se ha generado el escalar ym = 6.16667

Representación gráfica del punto (color verde) donde coinciden las medias:



3. Obtener las elasticidades medias de las variables explicativas.

$$\hat{E}_{x_j}^{y} = \hat{\beta}_j \frac{\overline{x}_j}{\overline{y}}$$

- Elasticidad media de x2.

? emx2 = b[2]*x2m/ym
Se ha generado el escalar emx2 = 0.431282

- Elasticidad media de x3.

? emx3 = b[3]*x3m/ym

Se ha generado el escalar emx3 = 0.714204

4. Obtener la estimación insesgada de la varianza de las perturbaciones.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} = \frac{\vec{e}\,'\vec{e}}{n-k}$$

$$\vec{e}\,'\vec{e} = \vec{y}\,'\vec{y} - \vec{\hat{\beta}}\,'X\,'\vec{y}$$

- Obtener $\vec{y}\,'\vec{y}$:

? YtY = Y'*Y

- Obtener $\vec{\hat{\beta}}\,'X\,'\vec{y}$:

? btXtY = b'*X'*Y
Se ha generado el escalar btXtY = 254.677

- Obtener $\vec{e}\,'\vec{e} = \vec{y}\,'\vec{y} - \vec{\hat{\beta}}\,'X\,'\vec{y}$:

? ete = YtY - btXtY
Se ha generado el escalar ete = 0.322695

Estimación insesgada de $\hat{\sigma}^2$:
? sig2 = ete/(rows(X) - cols(X))
Se ha generado el escalar sig2 = 0.107565

5. Estimar la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros del modelo.

$$\hat{Var}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2(\mathbf{X}\,'\mathbf{X})^{-1}$$

```
? varb = sig2*invXtX
Se ha generado la matriz varb
? varb
varb (3 x 3)

   0.91964      0.19453     -0.20826
   0.19453     0.064081    -0.057215
  -0.20826    -0.057215     0.054927
```

- Las desviaciones típicas de los parámetros:

```
? stb = sig*sqrt(diag(invXtX))
Se ha generado la matriz stb
? stb
stb (3 x 1)

   0.95898
   0.25314
   0.23436
```

6. Obtener los intervalos de confianza al 95% de los parámetros del modelo.

$$P\left(\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2,n-k}\ \hat{\sigma}\sqrt{a_{jj}} < \beta_j < \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2,n-k}\ \hat{\sigma}\sqrt{a_{jj}}\right) = 1-\alpha$$

$\alpha = 0.05$

- Intervalo de confianza para β_1:

Término independiente $\hat{\beta}_1$:

? b1 = b[1]
Se ha generado el escalar b1 = -0.897163

t-Student $t_{0.05/2,\ 6-3}$:

? tc = critical(t,(rows(X) - cols(X)),0.025)
Se ha generado el escalar tc = 3.18245

Desviación típica del error $\hat{\sigma}$:

? sig = sqrt(sig2)
Se ha generado el escalar sig = 0.327971

Elemento 1,1 de la matriz $(X'X)^{-1}$:

? a11 = invXtX[1,1]
Se ha generado el escalar a11 = 8.54965

Intervalo para β_1:

? printf "(%.5g , %.5g)\n", b1-tc*sig*sqrt(a11), b1+tc*sig*sqrt(a11)
(-3.9491 , 2.1547)

- Intervalo de confianza para β_2:

Coeficiente $\hat{\beta}_2$:

? b2 = b[2]
Se ha generado el escalar b2 = 0.531915

Elemento 2,2 de la matriz $(X'X)^{-1}$:

? a22 = invXtX[2,2]
Se ha generado el escalar a22 = 0.595745

Intervalo para β_2:

? printf "(%.5g , %.5g)\n", b2-tc*sig*sqrt(a22), b2+tc*sig*sqrt(a22)
(-0.2737 , 1.3375)

- Intervalo de confianza para β_3:

Coeficiente $\hat{\beta}_3$:

? b3 = b[3]
Se ha generado el escalar b3 = 0.489362

Elemento 3,3 de la matriz $(X'X)^{-1}$:

? a33 = invXtX[3,3]
Se ha generado el escalar a33 = 0.510638

Intervalo para β_3:
? printf "(%.5g , %.5g)\n", b3-tc*sig*sqrt(a33), b3+tc*sig*sqrt(a33)
(-0.25649 , 1.2352)

7. Obtener el intervalo de confianza al 95% de la varianza de las perturbaciones.

Para un α=5%: $P\left(\frac{\vec{e}\,'\vec{e}}{B} < \sigma^2 < \frac{\vec{e}\,'\vec{e}}{A}\right) = 0'95$
donde:
$P(\chi^2 > B) = 0'025$
$P(\chi^2 > A) = 0'975$

- Obtener A:

? chA = critical(c,rows(X) - cols(X),0.975)
Se ha generado el escalar chA = 0.215795

- Obtener B:

? chB = critical(c,rows(X) - cols(X),0.025)
Se ha generado el escalar chB = 9.3484

Intervalo para σ^2:
? printf "(%.5g , %.5g)\n", ete/chB, ete/chA
(0.034519 , 1.4954)

Salidas de gretl.

- Salida del modelo estimado mediante el programa gretl.

Modelo 1: estimaciones MCO utilizando las 6 observaciones 1-6
Variable dependiente: y

	Coeficiente	*Desv. Típica*	*Estadístico t*	*Valor p*
const	-0,897163	0,95898	-0,9355	0,41852
x2	0,531915	0,253143	2,1012	0,12642
x3	0,489362	0,234365	2,0880	0,12802

Media de la vble. dep.	6,166667	D.T. de la vble. dep.	2,316607
Suma de cuad. residuos	0,322695	D.T. de la regresión	0,327971
R-cuadrado	0,987974	R-cuadrado corregido	0,979957
F(2, 3)	123,2308	Valor p (de F)	0,001319
Log-verosimilitud	0,254790	Criterio de Akaike	5,490420
Criterio de Schwarz	4,865699	Crit. de Hannan-Quinn	2,989609

- Matriz de covarianzas de los coeficientes .

Matriz de covarianzas de los coeficientes

const	x2	x3	
0.919643	0.194532	-0.208264	const
	0.0640813	-0.0572154	x2
		0.0549268	x3

- Intervalos de confianza para los coeficientes.

t(3, 0.025) = 3.182

Variable	Coeficiente	Intervalo de confianza 95
const	-0.897163	(-3.94907, 2.15474)
x2	0.531915	(-0.273699, 1.33753)
x3	0.489362	(-0.256491, 1.23521)